

# Proyecto de Tesis de Maestría (Raymundo Márquez)

**Título:** Diseño de controladores para sistemas no lineales con retardo de tiempo variable modelados en forma convexa.

**Problema a resolver:** Por su naturaleza, muchos sistemas presentan retardos de tiempo en su proceso. Lo anterior, generalmente induce inestabilidad en el sistema, aunque por otro lado, existen evidencias de que la inyección de retardos por medio de controladores puede ayudar a que un sistema inestable sea estabilizado [1].

Considere el siguiente sistema no lineal con retardo de tiempo variable

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t - \tau(t)), u(t - \tau(t))), \\ \phi(\theta) &= x(\theta), \theta \in [-\bar{\tau}, 0], \bar{\tau} = \max \tau(t)\end{aligned}\quad (1)$$

donde  $f(\cdot)$  es una función con dependencia de los estados del sistema  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  y la entrada de control  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  que pueden a su vez ser afectados por un retardo de tiempo variable  $\tau(t)$ , el cual puede ser constante  $\tau(t) = \tau$ ,  $\phi \in \ell([-\bar{\tau}, 0], \mathbb{R})$  es la función inicial y  $\ell([-\bar{\tau}, 0], \mathbb{R})$  es el espacio de Banach de las funciones reales continuas sobre el intervalo  $[-\bar{\tau}, 0]$  con  $|\phi| = \max_{\theta \in [-\bar{\tau}, 0]} |\phi(\theta)|$  [2].

El análisis y diseño de controladores para este tipo de sistemas ha sido explorado en el dominio de la frecuencia y del tiempo. Dentro del dominio de la frecuencia la metodología de D-particiones ha sido ampliamente utilizada para encontrar el retardo máximo permitido [3]. En el dominio del tiempo, podemos encontrar la metodología de Lyapunov-Razumikhin [4], basada en la teoría clásica de Lyapunov, y la de Lyapunov-Krasovskii [5], que extiende la teoría de Lyapunov para utilizar funcionales [6]. Estas metodologías han sido extendidas a sistemas no lineales utilizando modelos del tipo Takagi-Sugeno basados en estructuras convexas que facilitan el análisis y síntesis por medio de desigualdades matriciales lineales (LMIs) [7], [8], [9], [10]. Sin embargo, la mayoría de estos trabajos hacen uso de funcionales del tipo cuadrático para su análisis, lo cual introduce conservatividad en las condiciones.

En [11], un enfoque por medio de funcionales de Lyapunov-Krasovskii no cuadráticos ha sido propuesto para el análisis de estabilidad de sistemas no lineales con retardo de tiempo constante representados por modelos Takagi-Sugeno difusos. Se ha mostrado que el uso de este tipo de funcionales reducen la conservatividad respecto a las condiciones presentadas en trabajos previos. Este trabajo estará orientado a extender estos resultados al caso del diseño de controladores. La idea principal es obtener condiciones suficientes en forma de LMIs que proporcionen las ganancias de los controladores tal que garanticen que el sistema no lineal con retardos de tiempo variable modelado en forma convexa sea estable dentro de la región de modelado.

**Productos académicos comprometidos:** 1 artículo de conferencia arbitrada publicado antes del 31 de agosto de 2019.

**Estancia del estudiante:** 1 mes en 2019 en la Univ. Autónoma del Edo. de Hidalgo (UAEH), con el Dr. Raúl Villafuerte (SNI I).

**Conferencia del estudiante:** Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE 2018/2019) o Congreso Nacional de Control Automático de la Asociación de México de Control Automático (AMCA 2018/2019).

## REFERENCIAS

- [1] A. Ramírez, S. Mondié, R. Garrido, and R. Sipahi, "Design of proportional-integral-retarded (PIR) controllers for second-order LTI systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 61, no. 6, pp. 1688–1693, 2016.
- [2] K. Gu, J. Chen, and V. L. Kharitonov, *Stability of time-delay systems*. Springer, 2003.
- [3] V. B. Kolmanovskii and V. R. Nosov, *Stability of functional differential equations*. Elsevier, 1986, vol. 180.
- [4] B. Razumikhin, "On the stability of systems with a delay," *Prikl. Mat. Meh.*, vol. 20, no. 1, pp. 500–512, 1956.
- [5] N. Krasovskii, "On the application of the second method of Lyapunov for equations with time delays," *Prikl. Mat. Mekh.*, vol. 20, no. 3, pp. 315–327, 1956.
- [6] J. Duda, "A Lyapunov functional for a system with a time-varying delay," *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 22, no. 2, p. 327, 2012.
- [7] Y.-Y. Cao and P. M. Frank, "Stability analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via linear Takagi-Sugeno fuzzy models," *Fuzzy sets and systems*, vol. 124, no. 2, pp. 213–229, 2001.
- [8] B. Chen, X. Liu, and S. Tong, "New delay-dependent stabilization conditions of T-S fuzzy systems with constant delay," *Fuzzy sets and systems*, vol. 158, no. 20, pp. 2209–2224, 2007.
- [9] O. Kwon, M.-J. Park, S.-M. Lee, and J. H. Park, "Augmented Lyapunov–Krasovskii functional approaches to robust stability criteria for uncertain Takagi–Sugeno fuzzy systems with time-varying delays," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 201, pp. 1–19, 2012.
- [10] M. Ramírez, R. Villafuerte, T. González, and M. Bernal, "Exponential estimates of a class of time-delay nonlinear systems with convex representations," *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 25, no. 4, pp. 815–826, 2015.
- [11] S. Angulo, D. Vazquez, R. Márquez, and M. Bernal, "Stability of Takagi-Sugeno fuzzy systems with time-delay: A non-quadratic functional approach," in *Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 2017 IEEE International Conference on*. IEEE, 2017, pp. 1–6.