

# Control adaptativo implantado en un micro-PLC

Javier Pérez Ramírez, José Manuel Campoy Salguero, Bruno Alfredo Gaxiola Soto

**Resumen**—El presente artículo expone como implantar un control adaptable, basado en un modelo de referencia, en un micro-PLC de la familia S7 de Siemens. La importancia de este trabajo radica en diseñar controladores más poderosos e implantarlos en un dispositivo comercial que sea del dominio de la mayoría de los ingenieros que trabajan en la industria. En este caso el dispositivo que más se presta, por su facilidad de programación, la aritmética en punto flotante, y su extensa utilización en la industria, es el PLC. Se presenta de una manera detallada, sencilla y clara la forma de diseñar el controlador usando la regla del MIT y también se describe con todo detalle la programación en el PLC. En este caso el diseño del controlador se aplica a un motor de CD como proceso y finalmente sobre esta aplicación se presentan las pruebas y los resultados obtenidos.

**Palabras clave**— Adaptativo, control, PLC, regla MIT

## I INTRODUCCIÓN

### Modelo de referencia

Un esquema importante de control adaptable es el sistema adaptable basado en un modelo de referencia (MRAS, model-reference adaptive system). En este esquema de control el funcionamiento deseado se especifica mediante un modelo y los parámetros del controlador se ajustan basados en el error, el cual es la diferencia entre la salida del sistema en lazo cerrado y el modelo, ver figura 3. El mecanismo para el ajuste de los parámetros se puede hacer de dos maneras: usando un método de gradiente o mediante la aplicación de la teoría de estabilidad. En este artículo se hace uso del método de gradiente usando la regla del MIT [1].

### La regla del MIT

La regla del MIT es el enfoque original para el control adaptable basado en el modelo de referencia. El nombre se deriva del hecho de que fue desarrollado en el Laboratorio de instrumentación (ahora the *Draper Laboratory*) en el *Massachusetts Institute of Technology*.

Manuscrito recibido el 16 de agosto del 2005. Este trabajo es respaldado por impulso, revista de electrónica, eléctrica y sistemas computacionales.

Javier Pérez Ramírez en la actualidad labora como profesor de tiempo completo en Tecnológico de Sonora Ave. Antonio Caso S/N Col. Villa ITSON; Ciudad Obregón, Sonora, México; C.P. 85130; (e-mail jperrez@itson.mx)

José Manuel Campoy Salguero actualmente es Director Académico de la División de Ingeniería y Tecnología del Instituto Tecnológico de Sonora, 5 de Febrero 818 sur, Cd. Obregón, Sonora México.

Considérese un sistema de lazo cerrado en el cual el controlador tiene un parámetro ajustable  $\theta$ . La respuesta deseada en lazo cerrado se especifica mediante un modelo que tiene la salida  $y_m$ . Sea  $e$  el error entre la salida  $y$  del sistema de lazo cerrado y la salida  $y_m$  del modelo. Una posibilidad es ajustar los parámetros de una manera tal que se minimice una función de costo, ecuación 1.

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2 \quad (1)$$

Para minimizar  $J$  es razonable cambiar los parámetros en la dirección del gradiente negativo de  $J$ , como se muestra en la ecuación 2, la cual es conocida como la regla del MIT.

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (2)$$

La ecuación 2 aplica también cuando hay varios parámetros para ajustar, de aquí que el símbolo  $\theta$  debe ser interpretado como un vector y  $\partial e / \partial \theta$  como el gradiente del error con respecto a los parámetros.

### Aplicación de la regla de MIT para un sistema con variación en la ganancia

En este caso asumimos que el proceso es lineal con una función de transferencia  $kG(s)$ , donde  $G(s)$  es conocida y  $k$  es un parámetro desconocido. El problema de diseño consiste en encontrar un controlador que incluya un sistema con la función de transferencia  $G_m(s) = k_0 G(s)$ , donde  $k_0$  es una constante dada.

Para comenzar vemos que para una señal de entrada  $u$ , la planta  $kG(s)$  nos entrega una señal  $y$ . También para una entrada  $u_c$  el modelo de referencia  $k_0 G(s)$  nos entrega una salida  $y_m$ , figura 1.

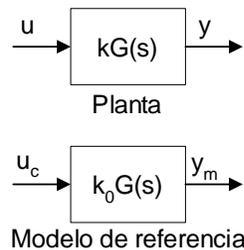


Fig. 1. Planta y modelo de referencia.

Se desea que la planta siga al modelo de referencia, es decir, el error  $e=y-y_m$  debe ser cero.

Si

$$y = y_m \Rightarrow kG(p)u = k_0G(p)u_c$$

$$u = \frac{k_0}{k} u_c$$

y como  $k$  es el parámetro que está variando podemos elegir  $\theta = k_0 / k$ , para poder aplicar la regla de MIT, ecuación 2.

De esta manera podemos dejar el error en función de  $\theta$ , como se muestra en la ecuación 3.

$$\begin{aligned} e &= y - y_m = kG(p)u - k_0G(p)u_c \\ e &= kG(p)\theta u_c - k_0G(p)u_c \end{aligned} \quad (3)$$

De aquí encontramos que:

$$\frac{\partial e}{\partial \theta} = kG(p)u_c = \frac{k}{k_0} y_m$$

donde  $p=d/dt$ .

Con esto ya tenemos todos los elementos para utilizar la regla del MIT.

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma' e \frac{\partial e}{\partial \theta} = -(\gamma' \frac{k}{k_0}) y_m e = -\gamma y_m e \quad (4)$$

donde se ha elegido  $\gamma = (\gamma' k / k_0)$ .

Si aplicamos la transformada de Laplace a la ecuación 4, se obtiene la ecuación 5. Esta ecuación se representa en el esquema de la figura 2.

$$\theta = \frac{-\gamma}{s} y_m e \quad (5)$$

Finalmente con ayuda de las ecuaciones 3 y 5 y con las figuras 1 y 2 se construye el diagrama de control adaptable basado en el modelo de referencia, figura 3.

## II. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

### Planta o proceso

Para la planta o proceso se utilizó el equipo de experimentación de control de velocidad RC-01 de Quanser Consulting. Consiste de un motor de CD equipado con un tacómetro. También contiene una fuente de poder de +/- 12 Vcd, una tableta de experimentación, un amplificador de potencia y un resistor sensible a la corriente. El equipo se usa para estudiar y diseñar sistemas de control de velocidad para motores de CD, figura 4.

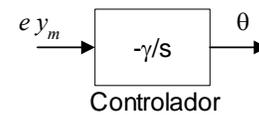


Fig. 2. Esquema del controlador.

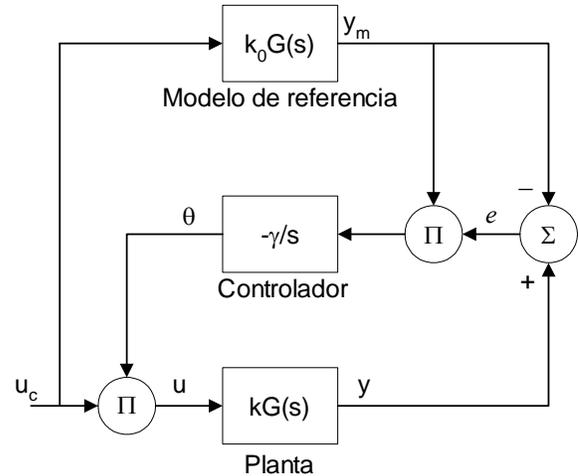


Fig. 3. Esquema completo del diseño de un controlador basado en el modelo de referencia.

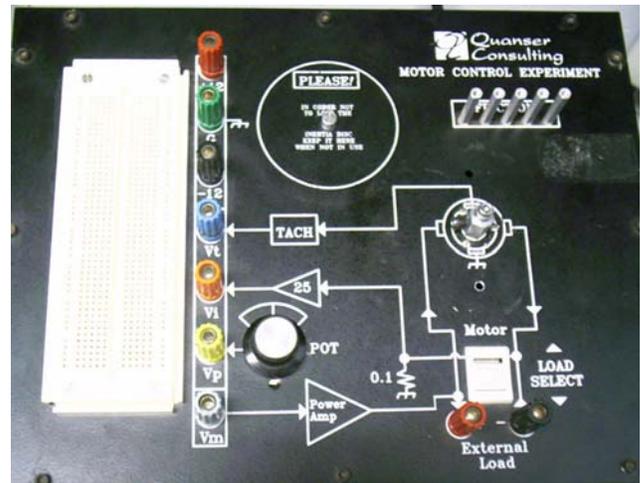


Fig. 4. Equipo de experimentación para control de velocidad de un motor de CD.

### Controlador

El controlador se implantó en un PLC modelo S7-200 con CPU 224 de la marca Siemens. También se utilizaron: un módulo analógico, de 4 entradas y 1 salida analógica, EM235 y un módulo analógico, de 2 salidas, EM232. Se utilizaron dos entradas analógicas: una para la referencia  $u_c$  y otra para ingresar al controlador la salida de la planta. También se utilizaron dos salidas analógicas: una para la salida del controlador  $u$  y la otra para mostrar la salida del modelo  $y_m$ . Tanto las entradas como las salidas se configuraron para que trabajaran como señales bipolares de +/- 10 V.

III DESARROLLO

**Determinación del modelo de la planta**

**Modelo Estático**

Es importante conocer el modelo estático ya que en estado estable nos interesa saber que salida debemos esperar de acuerdo a la entrada que se introduzca a la planta. Por otro lado también nos dice en que intervalo de voltajes de entrada la planta es lineal.

Para obtener el modelo estático de la planta, la entrada se alimentó con una serie de voltajes a intervalos de regulares de 0.5 Volts y se esperó, a que se estabilizará, los resultados se presentan en la gráfica de la figura 5.

Con estos datos, debido a que el proceso se comporta de manera lineal, se obtuvo la ecuación de la recta por medio de ecuación:

$$y = mx + b$$

Donde:

- y = Voltaje de salida del tacómetro.
- m = Pendiente de la recta o ganancia.
- x = Voltaje de entrada al motor de CD.
- b = Offset de la planta.

Tomando dos puntos extremos de la recta:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4.48 - 0.45}{10 - 1.5} = 0.4741$$

De aquí se obtiene la ecuación de la recta:

$$y = 0.4741x - 0.2612$$

A partir de este modelo se puede ver que la referencia se puede mover de cero a 4.5 Volt sin problemas de saturar el actuador y movernos con libertad de 0 a 10 Volts a la entrada de la planta.

**Modelo Dinámico**

Para la obtención del modelo dinámico, se utilizó un osciloscopio digital Tektronix [2]. Se alimentó la planta con un escalón de 7.24V<sub>p-p</sub>. La respuesta se muestra en la figura 6.

A partir de esta respuesta obtenemos el modelo del sistema mostrado en la ecuación 6, [3].

$$G(s) = \frac{0.443}{0.015s + 1} \tag{6}$$

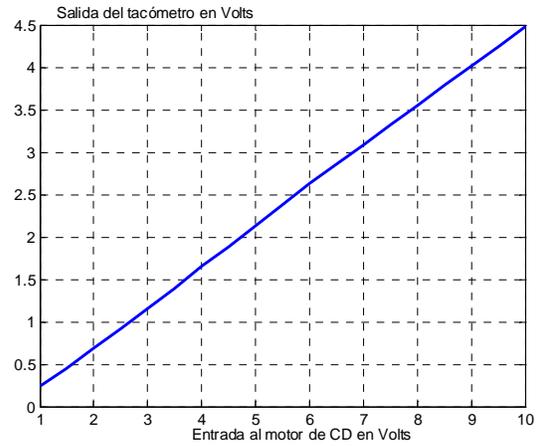


Fig. 5. Modelo estático del proceso.



Fig. 6. Respuesta al escalón del proceso (motor de CD).

Para poder validar el modelo se utilizó la transformada Z para un tiempo de muestreo T=2 mseg y posteriormente se obtuvo la ecuación en diferencias, ecuación 7.

$$G_m(s) = \frac{Y_m(s)}{U_C(s)} = \frac{0.443 / 0.015}{s + 1 / 0.015}$$

Para digitalizar el sistema utilizamos el método de igualación polo-cero modificado [4].

$$G_m(z) = \frac{Y_m(z)}{U_C(z)} = k \frac{z0.443 / 0.015}{z + 1 / 0.015}$$

Para determinar la k hacemos que G<sub>m</sub>(s)= G<sub>m</sub>(z) cuando s tiende a cero y z tiende a uno.

$$k = (1 - e^{-\frac{1}{0.015}T})0.015$$

$$\frac{Y_m(z)}{U_C(z)} = \frac{0.0553}{1.0000 - 0.8752z^{-1}}$$

$$Y_m(z) = 0.0553U_C(z) + Y_m(z)0.8752z^{-1}$$

$$y_m(t) = 0.0553u_c(t) + 0.8752y_m(t - 1) \tag{7}$$

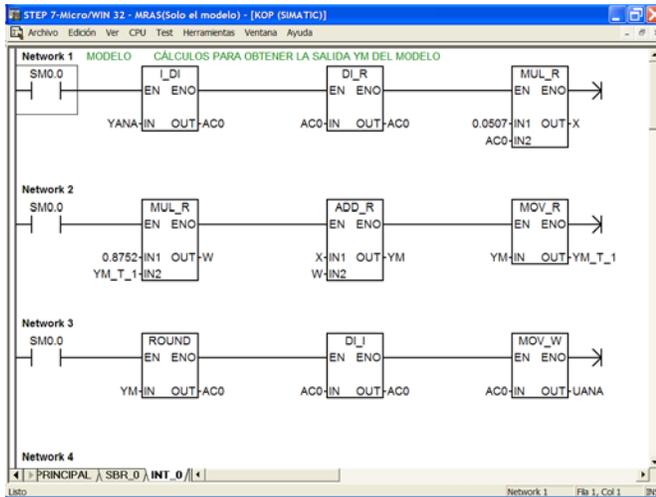


Fig. 7. Programa del modelo en el PLC S7-200 de Siemens



Fig. 8. Respuesta al escalón del modelo.

Este modelo realizado en el PLC [5] se muestra en la figura 7. Esta figura solo presenta la rutina de interrupción temporizada que es la que hace todo el modelo. Sin embargo, el programa principal solo consiste en habilitar dicha interrupción e inicializar con cero a  $y_m(t-1)$ .

Una vez realizado el modelo en el PLC se verificó su buen desempeño con la respuesta al escalón que se presenta en la figura 8. En la figura 9 presentamos tanto la respuesta del modelo realizado en el PLC como la respuesta del motor de CD. Hasta este punto ya se tiene lo necesario para implantar el esquema de control adaptable mostrado en la figura 3. Solo falta convertir la ecuación 5 a su correspondiente ecuación en diferencias para que pueda ser codificado en el PLC.

$$\theta(s) = \frac{-\gamma}{s} y_m e$$

$$\theta(z) - \theta(z)z^{-1} = -\gamma(y_m e)(z)$$

$$\theta(z) = -\gamma(y_m e)(z) + \theta(z)z^{-1}$$

$$\theta(t) = -\gamma(y_m e)(t) + \theta(t-1) \quad (8)$$

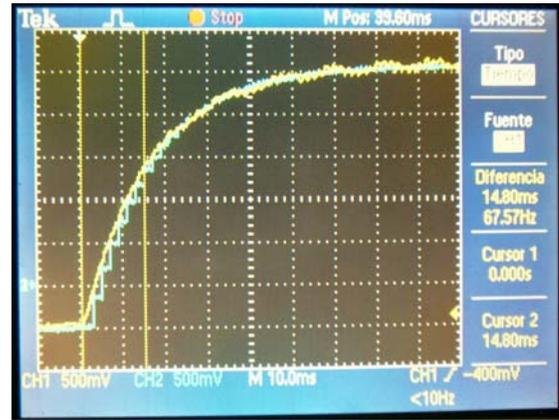


Fig. 9. Respuestas al escalón del motor de CD y del modelo realizado en el PLC.

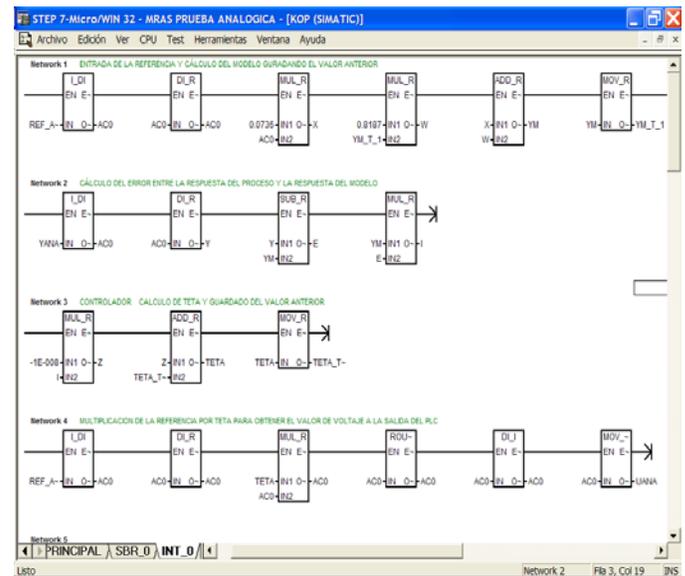


Fig. 10. Realización del sistema de control adaptable en un programa de PLC.

Ahora con ayuda de la figura 3 y de las ecuaciones 7 y 8 podemos realizar el sistema de control adaptable en el PLC. Para esto se tomó un periodo de muestreo de 3 mseg y una gamma de  $10^{-9}$ , el programa se muestra en la figura 10.

El programa principal solo consistió en habilitar una interrupción temporizada e inicializar las variables a cero como son  $y(t-1)=0$  y  $\theta(t-1)=0$ .

#### IV RESULTADOS

Una vez realizado el esquema de control se hicieron diferentes pruebas para poder observar su desempeño. Para las pruebas que se presentan se utilizó una gamma de  $10^{-9}$ .

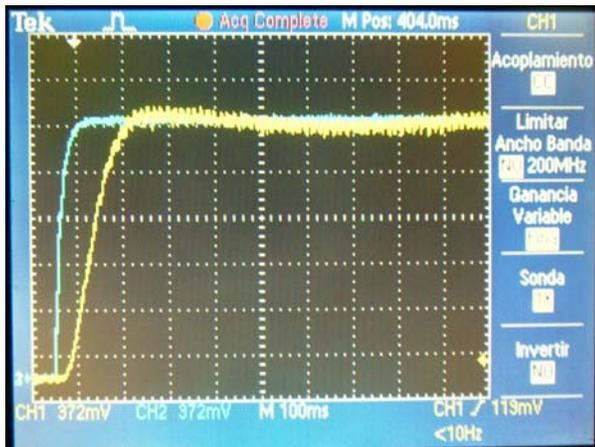


Fig. 11. Gráfica comparativa de la respuesta al escalón entre el modelo y el motor de CD para  $k_0=k$ .

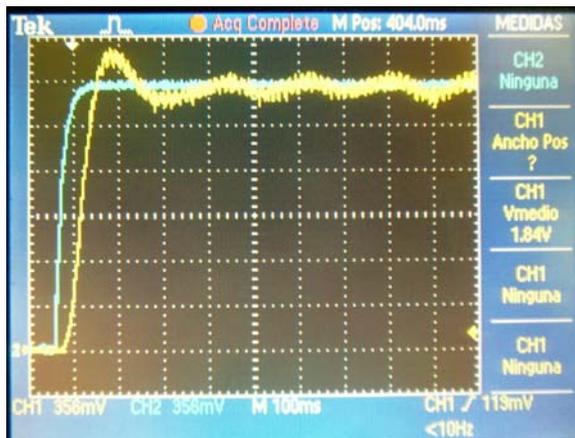


Fig. 12. Gráfica comparativa de la respuesta al escalón entre el modelo y el motor de CD para  $2k_0=k$ .

Se hicieron dos grupos de pruebas: un grupo consistió en graficar el transitorio de la respuesta al escalón, para ello se utilizó un nivel de CD de 5 V; el otro grupo consistió en graficar la respuesta transitoria para una entrada senoidal de 2.8Vp-p a 5Hz .

La primera prueba consiste en introducir un escalón cuando la ganancia  $k$  de la planta es igual a la del modelo  $k_0$ . Donde vemos que tarda algunas decenas de milisegundos para alcanzar a la salida del modelo, figura 11.

La segunda prueba también es la respuesta al mismo escalón pero ahora la  $k$  de planta ha sido cambiada acoplando un amplificador operacional en configuración no inversora de tal manera que  $k=2k_0$ . En la figura 12 se muestra la gráfica de la respuesta donde se nota que responde más rápido que la prueba anterior pero presenta un sobreimpulso mayor.

La siguiente prueba presenta la respuesta transitoria a una entrada senoidal cuando la ganancia de la planta  $k$  es igual a la ganancia del modelo  $k_0$ . Como podemos observar en la figura 13 la planta tarda dos ciclos en alcanzar la planta edemas de que presenta cierta distorsión en el pico de la señal lo cual no presenta ningún inconveniente.

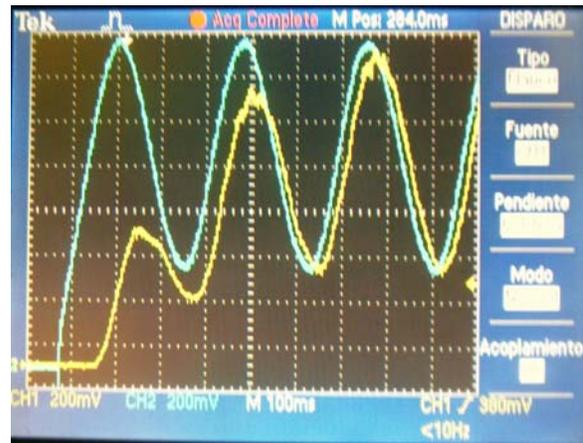


Fig. 13. Comparación de la respuesta a una excitación senoidal entre el modelo y el motor de CD para  $k_0=k$ .

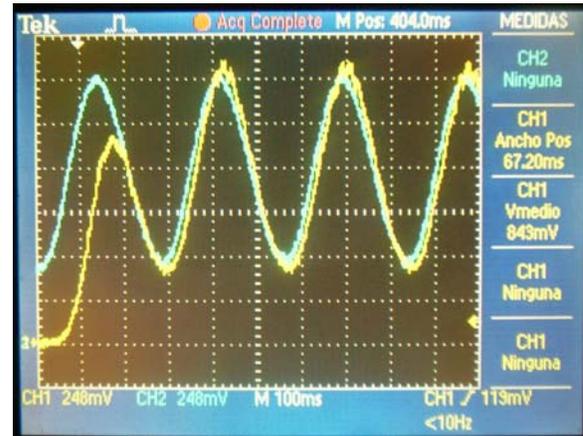


Fig. 14. Comparación de la respuesta al escalón entre el modelo y el motor de CD para  $k_0=k$ .

La última prueba es la respuesta transitoria a la señal senoidal de la prueba anterior solo que ahora la planta tiene una ganancia  $k$  del doble de la ganancia del modelo  $k_0$ . En la figura 14 se observa dicha respuesta en la que se nota la planta alcanza al modelo en el primer ciclo aun cuando presenta un poco de distorsión en los valores pico positivos.

## V CONCLUSIONES

En aquellos procesos en los que tenemos sistemas variantes en el tiempo el control adaptable resulta ser una herramienta muy buena; sin embargo, estos algoritmos de control muchas veces pueden parecernos muy complejos y difíciles implementar. En este trabajo podemos ver que el algoritmo de control basado en le modelo referencia se realizó en unas cuantas líneas de un programa de PLC, obteniendo un muy buen desempeño al cambio de ganancia de la planta.

Por otro lado, ya existen controladores adaptables en el mercado, este trabajo da una opción de muy bajo costo ya que consiste en utilizar tecnología existente (PLC) y del dominio de una gran mayoría de ingenieros en la industria.

También existen limitantes, una de ellas que es muy importante recalcar es que entre más líneas de código el tiempo de muestreo tiende a crecer y por lo tanto el desempeño del controlador reduciría. Sin embargo, esto se

puede arreglar si utiliza un PLC con mayor velocidad de procesamiento. En este caso se utilizó un micro-PLC y aun así los resultados fueron satisfactorios.

#### REFERENCIAS

- [1] Aström, Karl J.; Wittenmark, Björn; Adaptive Control; Second Edition. Addison-Wesley publishing Co.; 1995
- [2] TEKTRONIX, osciloscopio de almacenamiento digital de las series TDS1000 y TDS 2000, manual de usuario.
- [3] Ogata, Katsuhiko; Ingeniería de Control Moderna; Tercera edición. Prentice Hall; 1997.
- [4] Franklin Gene F., Powell J. David; Control de sistemas dinámicos con retroalimentación; Addison-Wesley Iberoamericana; E.U.A; 1991.
- [5] SIEMENS, S7-200 programmable controller user's manual.

**Javier Pérez Ramírez**, obtuvo el título de Lic. en electrónica en la Universidad Autónoma de Puebla en 1996, el grado de Maestro en Ciencias en Ing. Electrónica en el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, en Cuernavaca Morelos, en el 2000, del 2000 a la fecha labora como profesor de tiempo completo en el Instituto Tecnológico de Sonora.

**José Manuel Campoy Salguero**, obtuvo el grado de maestro en ciencias computacionales en el Instituto Tecnológico de Monterrey en el 2002, y el título de Ingeniero en Comunicaciones y Electrónica en el Instituto Politécnico Nacional en 1988, es miembro del consejo técnico del EGEL de Ingeniería eléctrica y electrónica del CENEVAL, actualmente es Director Académico de la División de Ingeniería y Tecnología del Instituto Tecnológico de Sonora donde labora desde 1988.